

$$u = \delta$$

czyli

$$u = \int_s (\kappa_M + \kappa_T) M_1 ds + \int_s (\varepsilon_M + \varepsilon_T) N_1 ds$$

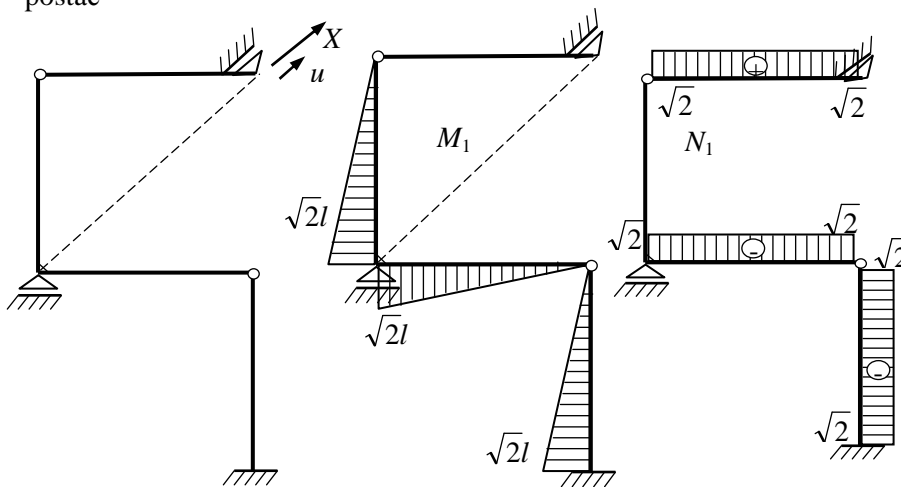
gdzie: κ_M jest zmianą krzywizny wywołaną przez stan naprężeń, ε_M jest wydłużeniem wywołanym przez pole naprężeń, natomiast κ_T jest zmianą krzywizny wywołaną przyrostem temperatury, zaś ε_T jest wydłużeniem wywołanym średnią wartością temperatury w przekroju które to wielkości w analizowanym przypadku są równe zero ze względu na brak oddziaływania termicznego.

Występujące w całce Mohra funkcje M_1 i N_1 są momentami zginającymi oraz siłami osiowymi w analizowanym układzie prętowym, wywołanymi działaniem siły jednostkowej przyłożonej w miejscu i kierunku zadanego przemieszczenia, czyli w punkcie 1.

Przedstawione zadanie jest równoważne odpowiedniemu zadaniu statycznie wyznaczalnemu, w którym siła hiperstatyczna X jest tak dobrana by jej działanie wywoływało przemieszczenie δ równe osiadaniu podpory w punkcie 1, czyli musi być spełniony warunek nierozdzielności $u = \delta$.

W wyrażeniu tym δ przyjmuje różne wartości w zależności od rodzaju analizowanego materiału (liniowo-sprężystego, nieliniowo-sprężystego itd.).

Wspólną dla wszystkich rozważanych przypadków częścią obliczeń jest wyznaczenie funkcji M_1 i N_1 – momentów i sił osiowych wywołanych działaniem siły jednostkowej w układzie podstawowym, których wykresy mają postać



Rys. 3.12b

a) **Materiał liniowo-sprężysty**

Dla materiału liniowo-sprężystego równanie fizyczne postaci $\sigma = E \cdot \varepsilon$ prowadzi do następujących wyrażeń na krzywiznę κ_M i wydłużenie ε_M

$$\kappa_M = \frac{M}{EJ}, \quad \varepsilon_M = \frac{N}{EF}$$

gdzie M jest funkcją momentów zginających wywołanych działaniem wszystkich sił w układzie, natomiast N jest funkcją sił osiowych od wszystkich sił w układzie.

W wyniku podstawień równanie przyjmie postać

$$u = \int_s \frac{M \cdot M_1}{EJ} ds + \int_s \frac{N \cdot N_1}{EF} ds$$

Funkcje momentów zginających M i sił osiowych N można przedstawić w postaci

$$M = X \cdot M_1, \quad N = X \cdot N_1$$

i wówczas równanie statyki sprowadzi się do

$$u = X \left(\int_s \frac{M_1 \cdot M_1}{EJ} ds + \int_s \frac{N_1 \cdot N_1}{EF} ds \right)$$

$$u = X (\delta_{11} + \delta'_{11})$$

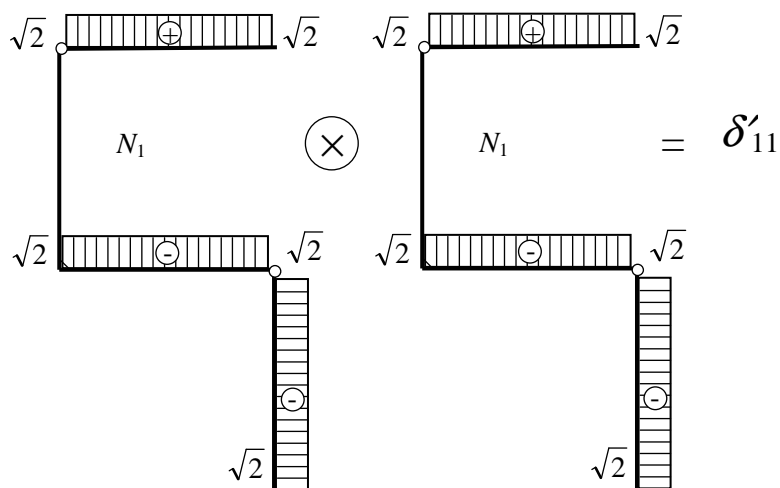
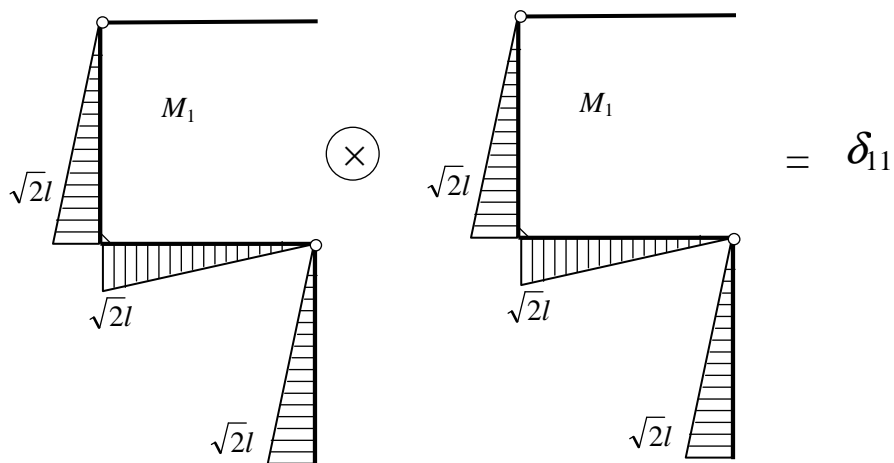
gdzie

$$\delta_{11} = \int_s \frac{M_1 \cdot M_1}{EJ} ds, \quad \delta'_{11} = \int_s \frac{N_1 \cdot N_1}{EF} ds$$

$\delta_{11}, \delta'_{11}$ są wzorami określającymi współczynniki występujące w klasycznym równaniu metody sił.

Wartości tych współczynników wyznaczamy korzystając z uproszczonego sposobu Mohra-Wereszczagina, który wynika wprost z obliczenia wartości całki oznaczonej iloczynu dwóch funkcji, z których jedna musi być ciągła, a druga liniowa.

Wyznaczenie wielkości δ_{11} i δ'_{11} wymaga „przemnożenia” wykresów funkcji wg schematów



Rys. 3.12c

W wyniku obliczeń otrzymujemy

$$\delta_{11} = \frac{1}{EJ} \left(3 \cdot \frac{1}{2} \sqrt{2}l \cdot l \cdot \frac{2}{3} \sqrt{2}l \right) = \frac{2l^3}{EJ}$$

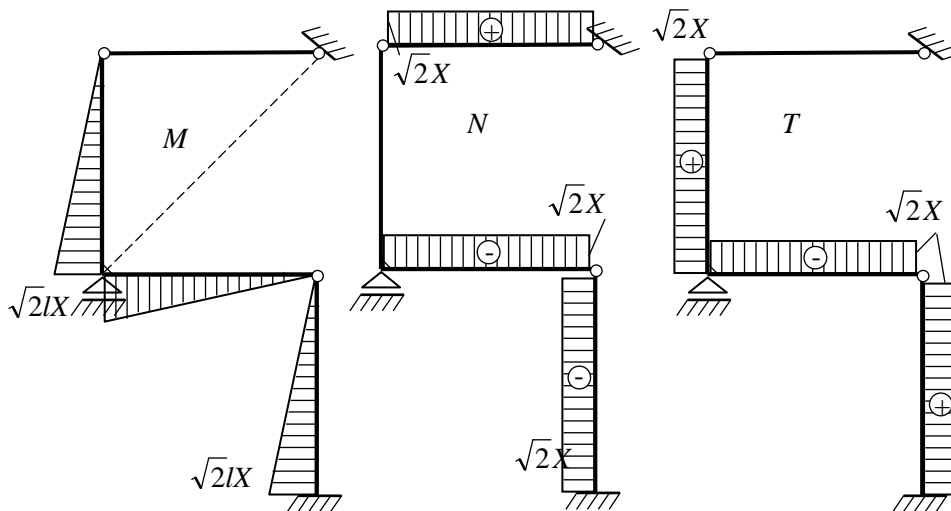
$$\delta'_{11} = \frac{1}{EF} (3 \cdot \sqrt{2} \cdot l \cdot \sqrt{2}) = \frac{6l}{EF}$$

Obliczone współczynniki wstawiamy do równania

$$u = X \left(\frac{2l^3}{EJ} + \frac{6l}{EF} \right)$$

$$X = u \left(\frac{2l^3}{EJ} + \frac{6l}{EF} \right)^{-1}$$

Po obliczeniu siły X możemy przystąpić do sporządzenia wykresów sił przekrojowych.



Rys. 3.12d

b) Materiał nieliniowo-sprężysty

W zadaniu nieliniowo-sprężystym wykresy momentów M_1 i sił osiowych N_1 od siły jednostkowej $X = 1$ będą takie same jak w zadaniu liniowo-sprężystym. Zmianie ulegną wydłużenie i zmiany krzywizny wywołane przez siłę hiperstatyczną X .

Wyrażenia te będą miały postać

$$\varepsilon = \left(\frac{N}{AF} \right)^n, \quad \kappa = \left[\frac{M}{AJ(N+1)} \right]^n$$

W zadaniu tym słuszny jest warunek nierozdzielności $u = \delta$

Wartość δ wyznaczmy z całki Mohra

$$\delta = \int_s \frac{M^n M_1}{[AJ(N+1)]^n} ds + \int_s \frac{N^n N_1}{(AF)^n} ds$$

czyli

$$u = \int_s \frac{M^n M_1}{[AJ(N+1)]^n} ds + \int_s \frac{N^n N_1}{(AF)^n} ds$$

$$u = \int_s \frac{(XM_1)^n M_1}{[AJ(N+1)]^n} ds + \int_s \frac{(XN_1)^n N_1}{(AF)^n} ds$$

$$u = X^n \left(\int_s \frac{M_1^n M_1}{[AJ(N+1)]^n} ds + \int_s \frac{N_1^n N_1}{(AF)^n} ds \right)$$

Występujące w wyrażeniu całki mają postać

$$\int_s \frac{M_1^{n+1}}{[AJ(N+1)]^{l/n}} ds = 3 \int_0^l \frac{(\sqrt{2}s)^{n+1}}{[AJ(N+1)]^n} ds = 3 \frac{l^{n+2} (\sqrt{2})^{n+2}}{[AJ(N+1)]^n (n+2)}$$

$$\int_s \frac{N_1^{n+1}}{(AF)^n} ds = 3 \int_0^l \frac{(\sqrt{2})^{n+1}}{(AF)^n} ds = \frac{3(\sqrt{2})^{n+2} \cdot l}{(AF)^n}$$

$$X^n = u \left(\frac{3(\sqrt{2})^{n+1} \cdot l^{n+2}}{[AJ(N+1)]^n (n+2)} + \frac{3(\sqrt{2})^{n+1}}{(AF)^n} \right)^{-1}$$

$$X = u^N \left(\frac{3(\sqrt{2})^{n+1} \cdot l^{n+2}}{[AJ(N+1)]^n (n+2)} + \frac{3(\sqrt{2})^{n+1}}{(AF)^n} \right)^{-N}$$

Z porównania rozwiązań w zadaniu liniowym i nieliniowym istnieje możliwość dobrania takiej wartości „modułu siecznego” E w zadaniu nieliniowym, aby rozwiązanie w obu zadaniach było identyczne.

Porównując siły X z rozwiązania liniowego i nieliniowego otrzymujemy

$$u \left(\frac{2l^3}{EJ} + \frac{6l}{EF} \right)^{-1} = u^N \left(\frac{3(\sqrt{2})^{n+1} \cdot l^{n+2}}{[AJ(N+1)]^n (n+2)} + \frac{3(\sqrt{2})^{n+1} \cdot l}{(AF)^n} \right)^{-N}$$

$$E = u^{N-1} \left(\frac{3(\sqrt{2})^{n+1} \cdot l^{n+2}}{[AJ(N+1)]^n (n+2)} + \frac{3(\sqrt{2})^{n+1} \cdot l}{(AF)^n} \right)^{-N} \cdot \left(\frac{2l^3}{J} + \frac{6l}{F} \right)$$

Zastępczy moduł sieczny zależy będzie tylko od konfiguracji układu.

c) **Materiał liniowo-lepkosprężysty**

Równanie fizyczne ma postać

$$\sigma = \int_0^t \phi(t+\tau) \dot{\epsilon}(\tau) d\tau = \phi * \dot{\epsilon}$$

gdzie: ϕ - funkcja relaksacji, $\dot{\epsilon}$ - prędkość odkształceń.

Wydłużenie i krzywizna wyrażają się wzorami

$$\dot{\epsilon} = \frac{N * \dot{\varphi}^{-1}}{F}, \quad \dot{\kappa} = \frac{M * \dot{\varphi}^{-1}}{J}$$

$$\mathcal{E} = \frac{\dot{N} * R}{F}, \quad \mathcal{K} = \frac{\dot{M} * R}{J}$$

dla równania fizycznego

$$\mathcal{E} = \int_0^t R(t-\tau) \sigma(\tau) d\tau$$

Warunek nierozdzielności w tym zadaniu pozostaje bez zmian $u = \delta$ czyli

$$u = \int_s \frac{R * \dot{M}}{J} M_1 ds + \int_s \frac{R * \dot{N}}{F} N_1 ds$$

gdzie

$$\dot{M} = \dot{X} M_1 \quad \dot{N} = \dot{X} N_1$$

Otrzymujemy

$$u = R * \dot{X} \left(\int_s \frac{M_1 \cdot M_1}{J} ds + \int_s \frac{N_1 \cdot N_1}{F} ds \right)$$

$$u = R * \dot{X} \left(\frac{2l^3}{EJ} + \frac{6l}{EF} \right)$$

$$R * \dot{X} = u \left(\frac{2l^3}{EJ} + \frac{6l}{EF} \right)^{-1}$$

stosujemy transformację Laplace'a

$$\bar{R}(p) \cdot p \bar{X}(p) = \frac{1}{p} u \left(\frac{2l^3}{EJ} + \frac{6l}{EF} \right)^{-1}$$

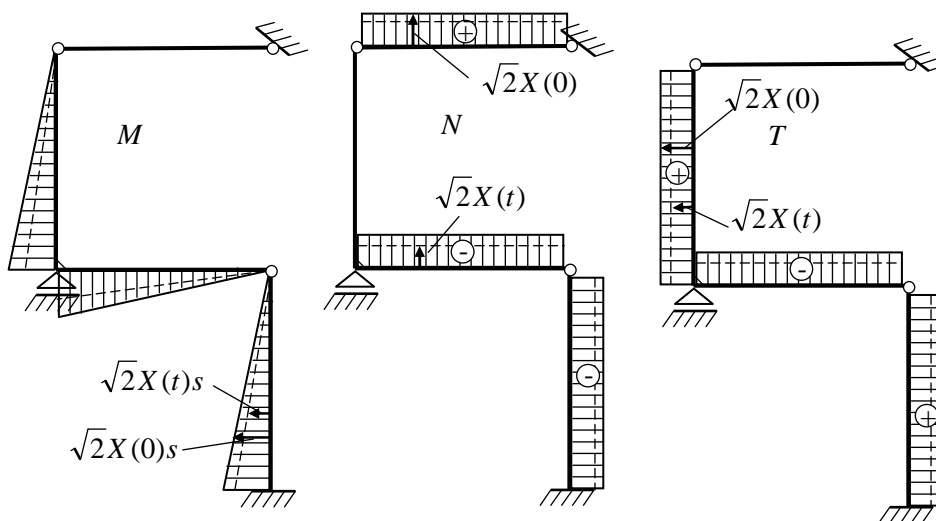
Przyjmując $r(p) = \frac{1}{R(p)}$ otrzymamy

$$X(t) = t * r(t) \left[u \cdot \left(\frac{2l^3}{EJ} + \frac{6l}{EF} \right)^{-1} \right]$$

$$X(t) = \int_0^t \tau \cdot \frac{1}{E_b} \left\langle \frac{1}{1+\mu} \left\{ E_b \left[-\gamma(1+E_b C_0) e^{-\gamma(1+E_b C_0)(t-\tau)} + \left(1 - \frac{1}{1+E_b C_0} \right) + \frac{1}{1+E_b C_0} \delta(t-\tau) \right] + \mu E_2 \delta(t-\tau) \right\} + \frac{1}{1+\mu} \left\{ E_b \left(1 - \frac{1}{1+E_b C_0} \right) \right\} \delta(t-\tau) \right\rangle d\tau \left[u \left(\frac{2l^3}{EJ} + \frac{6l}{EF} \right)^{-1} \right]$$

W podanym wzorze E_b , C_0 , γ są stałymi określającymi reologiczne właściwości betonu, μ - udziałem zbrojenia, E_2 - modułem sprężystości stalowych wkładek.

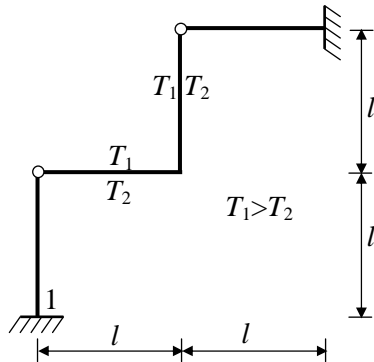
Po wykonaniu całkowania otrzymujemy zmienny w czasie rozkład sił wewnętrznych wywołany osiadaniem podpory w punkcie 1. Wykresy wielkości wewnętrznych są analogiczne jak w zadaniu liniowo-sprężystym.



Rys. 3.12e

ZADANIE 3.13

W podanym układzie prętowym (jednokrotnie statycznie niewyznaczalnym) należy wyznaczyć rozkłady funkcji momentów zginających, sił poprzecznych i sił osiowych, wywołanych działaniem stacjonarnego pola termicznego. Schemat zadania oraz pole temperatur przedstawiono na rys. 3.13a.



Rys. 3.13a

Obliczenia należy wykonać dla materiału

- a) liniowo-sprężystego $\sigma = E\varepsilon$
- b) nieliniowo-sprężystego $\sigma = A\varepsilon^N$
- c) liniowo-lepkosprężystego $\sigma = R * d\varepsilon$

Wyniki obliczeń należy ze sobą porównać.

Dane: l - długość, T_2 - temperatura niższa, T_1 - temperatura wyższa, α_T - współczynnik rozszerzalności cieplnej, E , N , $R(t)$, A - współczynniki i funkcje charakteryzujące właściwości mechaniczne w podanym układzie różnych materiałów.

Rozwiązanie:

W zadaniu siłę hiperstatyczną i siły przekrojowe wyznaczamy korzystając z całki Mohra

$$\delta = \int_S (\kappa_M + \kappa_T) M_1 ds + \int_S (\varepsilon_M + \varepsilon_T) N_1 ds$$

gdzie δ jest przemieszczeniem w układzie wywołanym przyrostem temperatury.

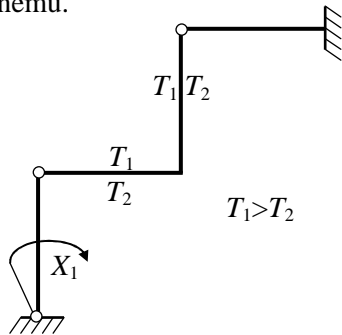
Korzystając z warunku nierozdzielności stwierdzimy, że przemieszczenie w układzie w punkcie 1 wynosi zero, czyli

$$0 = \int_s (\kappa_M + \kappa_T) M_1 ds + \int_s (\varepsilon_M + \varepsilon_T) N_1 ds$$

gdzie (κ_M, κ_T) są zmianami krzywizn wywołanymi odpowiednio przez stan naprężeń i przyrost temperatury, a $(\varepsilon_M, \varepsilon_T)$ są wydłużeniami wywołanymi przez pole naprężeń i średnią wartość temperatury w przekroju.

Występujące w całce Mohra funkcje M_1 i N_1 są momentami zginającymi i siłami osiowymi wywołanymi w analizowanym układzie prętowym działaniem siły jednostkowej przyłożonej w miejscu i kierunku poszukiwanego przemieszczenia.

Przedstawione zadanie jest równoważne następującemu zadaniu statycznie wyznaczalnemu.

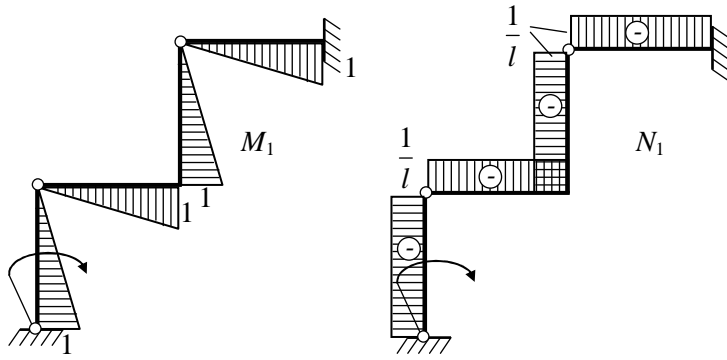


Rys. 3.13b

Należy jednak narzucić warunek nierozdzielności $\delta = 0$.

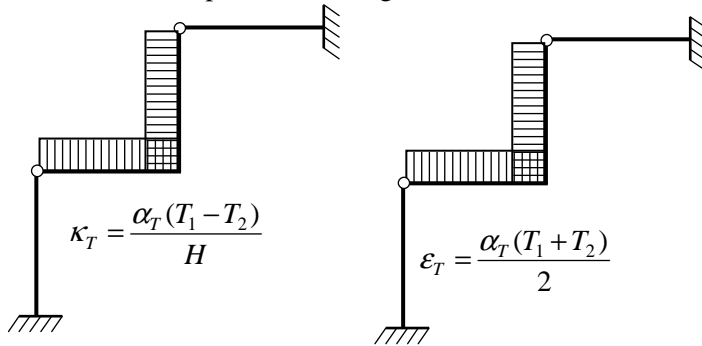
W wyrażeniu tym δ przyjmuje różne wartości w zależności od rodzaju analizowanego materiału (liniowo-sprężysty, nieliniowo-sprężysty, itd.).

Wspólną częścią obliczeń zadania niezależnie od opisu materiału są funkcje M_1 i N_1 , których wykresy mają postać



Rys. 3.13c

Wspólną częścią obliczeń są również wydłużenie oraz zmiany krzywizn wywołane działaniem pola termicznego.



Rys. 3.13d

a) Ciało liniowo-sprężyste

Opisane jest ono równaniem fizycznym $\sigma = E\varepsilon$, co prowadzi do następujących wyrażen na krzywiznę κ_M i wydłużenie ε_M

$$\kappa_M = \frac{M}{EJ}, \quad \varepsilon_M = \frac{N}{EF}$$

gdzie M - funkcja momentów zginających wywołanych działaniem wszystkich sił w układzie, N - funkcja sił osiowych od wszystkich sił w układzie.

W wyniku podstawień równanie (1) ma postać

$$0 = \int_s \frac{MM_1}{EJ} ds + \int_s \kappa_T M_1 ds + \int_s \frac{NN_1}{EF} ds + \int_s \varepsilon_T N_1 ds$$

Funkcje M i N można przedstawić w sposób następujący

$$M = X \cdot M_1, \quad N = X \cdot N_1$$

Równanie statyki przyjmuje więc postać

$$0 = X \left(\int_s \frac{M_1 M_1}{EJ} ds + \int_s \frac{N_1 N_1}{EF} ds \right) + \int_s \kappa_T M_1 ds + \int_s \varepsilon_T N_1 ds$$

$$0 = X (\delta_{11} + \delta'_{11}) + (\delta_T + \delta'_T)$$

gdzie

$$\delta_{11} = \int_s \frac{M_1 M_1}{EJ} ds, \quad \delta'_{11} = \int_s \frac{N_1 N_1}{EF} ds$$

$$\delta_T = \int_s \kappa_T M_1 ds, \quad \delta'_T = \int_s \varepsilon_T N_1 ds$$

Wartości współczynników $\delta_{11}, \delta'_{11}, \delta_T, \delta'_T$ wyznaczamy korzystając z uproszczonego sposobu Mohra-Wereszczagina.

W wyniku przeliczeń otrzymujemy

$$\delta_{11} = \frac{1}{EJ} \left(4 \cdot 1 \cdot l \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \right) = \frac{4l}{3EJ}$$

$$\delta'_{11} = \frac{1}{EF} \left(4 \cdot \frac{1}{l} \cdot l \cdot \frac{1}{l} \right) = \frac{4}{EF l}$$

$$\delta_T = -2 \left(1 \cdot l \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\alpha_T (T_1 - T_2)}{h} \right) = -\frac{l \cdot \alpha_T (T_1 - T_2)}{h}$$

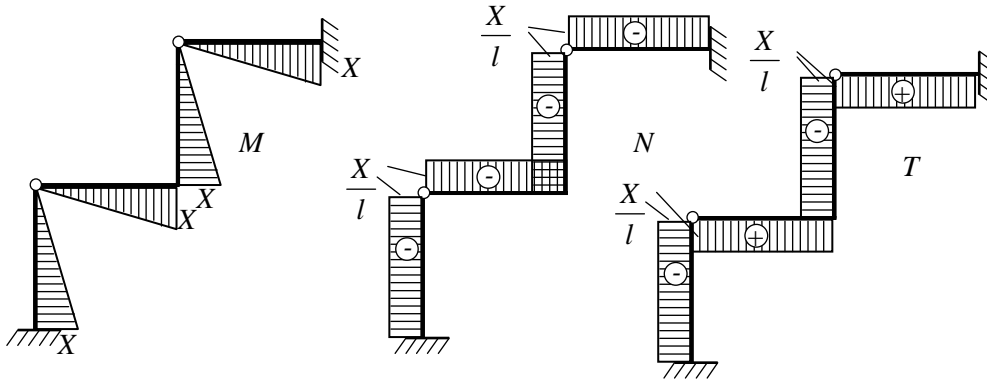
$$\delta'_T = -2 \left(\frac{1}{l} \cdot l \cdot \frac{\alpha_T (T_2 + T_1)}{2} \right) = \alpha_T (T_2 + T_1)$$

Uzyskane wyniki wstawiamy do równania

$$0 = X \left(\frac{4l}{3EJ} + \frac{4}{EF l} \right) + \left(-\alpha_T (T_2 + T_1) - \frac{l \alpha_T (T_1 - T_2)}{h} \right)$$

$$X = \left[\frac{\alpha_T \cdot l(T_1 - T_2)}{h} + \alpha_T(T_2 + T_1) \right] \left(\frac{4l}{3EJ} + \frac{4}{EF l} \right)^{-1}$$

Wyznaczona siła hiperstatyczna X pozwala sporządzić wykresy sił przekrojowych w zadanym układzie.



Rys. 3.13e

b) Ciało nieliniowo-sprężyste

Wykresy sił osiowych N_1 i momentów M_1 od siły jednostkowej $X = 1$ oraz wykresy termicznych wydłużeń i zmian krzywizn są identyczne jak w zadaniu liniowo-sprężystym.

Wydłużenia i zmiany krzywizn wywołane siłą hiperstatyczną obliczymy korzystając z zależności

$$\varepsilon = \left(\frac{N}{AF} \right)^n, \quad \kappa = \left[\frac{M}{AJ(N+1)} \right]^n$$

które wynikają z równania fizycznego postaci $\sigma = A\varepsilon^N$.

W układzie zadanym, który rozpatrujemy jako wykonany z ciała nieliniowo-sprężystego słuszny jest warunek nierozdzielności $\delta = 0$.

Wartość δ wyznaczamy z całki Mohra

$$\delta = \int_s \frac{M^n}{[AJ(N+1)]} M_1 ds + \int_s \frac{N^n}{(AF)^n} N_1 ds + \delta_r + \delta_r'$$

gdzie $M = X \cdot M_1$, $N = X \cdot N_1$.

Wartość δ wstawiamy do równania

$$\int_s \frac{X^n \cdot M_1^n}{[AJ(N+1)]} \cdot M_1 ds + \int_s \frac{X^n \cdot N_1^n}{(AF)^n} N_1 ds + \delta_T + \delta'_T = 0$$

$$X^n \left(\int_s \frac{M_1^n \cdot M_1}{[AJ(N+1)]} M_1 ds + \int_s \frac{N_1^n N_1}{(AF)^n} ds \right) + \left(-\frac{\alpha_T l (T_1 - T_2)}{h} - \alpha_T (T_2 + T_1) \right) = 0$$

Obliczamy całki

$$\int_s \frac{M_1^n M_1}{[AJ(N+1)]^n} ds = 4 \int_0^l \frac{\left(\frac{1}{l} \cdot s\right)^n \cdot \left(\frac{1}{l} \cdot s\right)}{[AJ(N+1)]^n} ds = 4 \int_0^l \frac{\left(\frac{s}{l}\right)^{n+1}}{[AJ(N+1)]^n} ds =$$

$$= 4 \frac{l}{[AJ(N+1)]^n (n+2)}$$

$$\int_s \frac{N_1^n N_1}{(AF)^n} ds = 4 \int_0^l \frac{\left(\frac{1}{l}\right)^n \cdot \frac{1}{l}}{(AF)^n} ds = \frac{4 \cdot l^{-n}}{(AF)^n}$$

Obliczone całki wstawiamy do

$$X^n \left(\frac{4l}{[AJ(N+1)]^n (n+2)} + \frac{4l^{-n}}{(AF)^n} \right) = \frac{\alpha_T l (T_1 - T_2)}{h} + \alpha_T (T_1 + T_2)$$

$$X = \left\{ \left[\frac{\alpha_T \cdot l (T_1 - T_2)}{h} + \alpha_T (T_1 + T_2) \right] \left(\frac{4l}{[AJ(N+1)]^n (n+2)} + \frac{4l^{-n}}{(AF)^n} \right)^{-1} \right\}^N$$

Porównując rozwiązania zadania dla ciała nieliniowo-sprężystego i liniowo-sprężystego możemy otrzymać tzw. „moduł sieczny”.

$$\left\{ \left[\frac{\alpha_T \cdot l (T_1 - T_2)}{h} + \alpha_T (T_1 + T_2) \right] \left(\frac{4l}{[AJ(N+1)]^n (n+2)} + \frac{4l^{-n}}{(AF)^n} \right)^{-1} \right\}^N =$$

$$= \left[\frac{\alpha_T l (T_1 - T_2)}{h} + \alpha_T (T_1 + T_2) \right] \left(\frac{4l}{3EJ} + \frac{4}{EFl} \right)^{-1}$$

$$E = \left[\frac{\alpha_T \cdot l(T_1 - T_2)}{H} + \alpha_T (T_1 + T_2) \right]^{N-1} \left(\frac{4l}{[AJ(N+1)]^n (n+2)} + \frac{4l^{-n}}{(AF)^n} \right)^{-N} \cdot \left(\frac{4l}{3J} + \frac{4}{Fl} \right)$$

Otrzymany „moduł sieczny” zależy nie tylko od rozkładu temperatur, lecz także od konfiguracji układu.

c) Liniowy materiał lepko-sprężysty

Równanie fizyczne ma postać

$$\sigma = \int_0^t \phi(t - \tau) \dot{\epsilon}(\tau) d\tau = \phi * \dot{\epsilon}$$

gdzie $\phi(t)$ - funkcja relaksacji, $\dot{\epsilon}(\tau)$ - prędkość odkształceń, * - symbol splotu.

Wydłużenia i krzywizny wyrażają się wzorami

$$\dot{\epsilon} = \frac{N * \dot{\varphi}^{-1}}{F}, \quad \dot{\kappa} = \frac{M * \dot{\varphi}^{-1}}{J}$$

$$\epsilon = \frac{\dot{N} * R}{F}, \quad \kappa = \frac{\dot{M} * R}{J}$$

Warunek nierozdzielności pozostaje bez zmian jak w zadaniu liniowo i nieliniowo-sprężystym $\delta = 0$ czyli

$$0 = \int_s \frac{R * \dot{M} M_1}{J} ds + \int_s \kappa_T M_1 ds + \int_s \frac{R * \dot{N} N_1}{F} ds + \int_s \epsilon_T N_1 ds$$

gdzie

$$\dot{M} = \dot{X} \cdot M_1 \quad \text{i} \quad \dot{N} = \dot{X} \cdot N_1$$

$$0 = \int_s \frac{R * \dot{X} M_1}{J} M_1 ds + \int_s \kappa_T M_1 ds + \int_s \frac{R * \dot{X} N_1}{F} N_1 ds + \int_s \epsilon_T N_1 ds$$

$$0 = R * \dot{X} \left(\int_s \frac{M_1 M_1}{J} ds + \int_s \frac{N_1 N_1}{F} ds \right) + \delta_T + \delta_T'$$

$$R * \dot{X} = \left[\frac{\alpha_T \cdot l(T_1 - T_2)}{h} + \alpha_T (T_1 + T_2) \right] \left(\int_s \frac{M_1 M_1}{J} ds + \int_s \frac{N_1 N_1}{F} ds \right)^{-1}$$

$$R * \dot{X} = \left[\frac{\alpha_T \cdot l(T_1 - T_2)}{h} + \alpha_T (T_1 + T_2) \right] \left(\frac{4l}{3J} + \frac{4}{Fl} \right)^{-1}$$

Stosując na równaniu transformację Laplace'a otrzymamy

$$\bar{R}(p) \cdot p\bar{X}(p) = \frac{1}{p} \left[\frac{\alpha_T \cdot l(T_1 - T_2)}{h} + \alpha_T (T_1 + T_2) \right] \left(\frac{4l}{3J} + \frac{4}{Fl} \right)^{-1}$$

$$\bar{X}(p) = \frac{1}{p^2} \frac{1}{\bar{R}(p)} \left[\frac{\alpha_T \cdot l(T_1 - T_2)}{h} + \alpha_T (T_1 + T_2) \right] \left(\frac{4l}{3J} + \frac{4}{Fl} \right)^{-1}$$

Przyjmujemy w zadaniu stacjonarny przepływ ciepła określony równaniem

$$T_1(t) - T_2(t) = (\dot{T}_1 - \dot{T}_2) H(t)$$

gdzie $H(t)$ - funkcja Heaviside'a.

Wprowadzając funkcję modyfikującą $r(t) = \frac{1}{\bar{R}(t)}$ otrzymamy

$$X(t) = t * r(t) \left[\frac{\alpha_T \cdot l(\dot{T}_1 - \dot{T}_2)}{h} + \alpha_T (\dot{T}_1 + \dot{T}_2) \right] \left(\frac{4l}{3J} + \frac{4}{Fl} \right)^{-1}$$

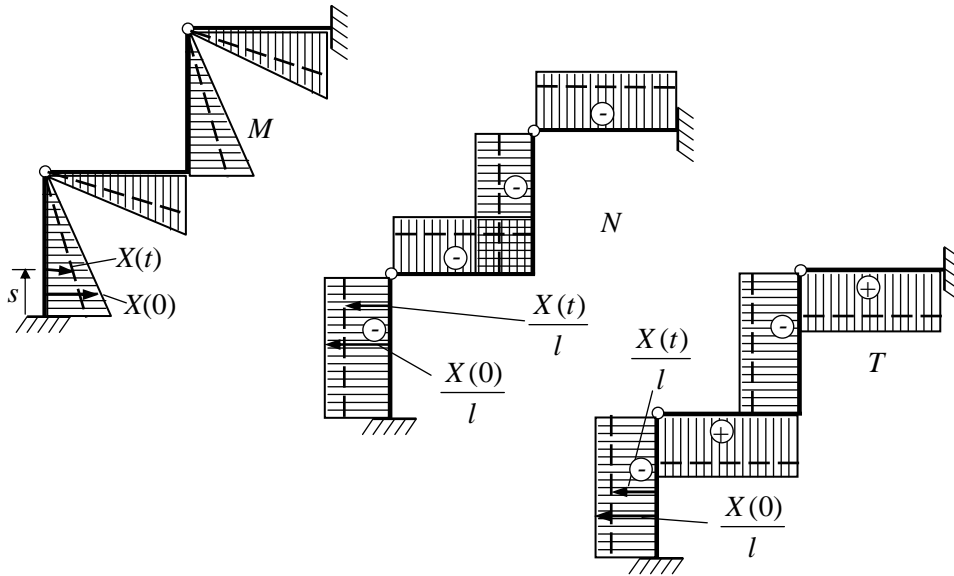
Funkcja $X(t)$ dla ramy żelbetowej poddanej działaniu temperatury przyjmuje postać:

$$X(t) = \int_0^t \tau * \frac{1}{E_b} \left\langle \frac{1}{1+\mu} \left\{ E_b - \left[\gamma(1+E_b C_0) e^{-\gamma(1+E_b C_0)(t-\tau)} + \left(1 - \frac{1}{1+E_b C_0} \right) + \frac{1}{1+E_b C_0} \delta(t-\tau) \right] + \mu E_2 \delta(t-\tau) \right\} + \frac{1}{1+\mu} \left\{ E_b \left(1 - \frac{1}{1+E_b C_0} \right) \right\} \cdot \delta(t-\tau) \right\rangle d\tau \cdot \left[\frac{\alpha_T \cdot l(\dot{T}_1 - \dot{T}_2)}{h} + \alpha_T (\dot{T}_1 + \dot{T}_2) \right] \left(\frac{4l}{3J} + \frac{4}{Fl} \right)^{-1}$$

W podanym wzorze E_b, C_0, γ są stałymi określającymi reologiczne właściwości betonu, μ - udziałem zbrojenia, E_2 - moduł sprężystości stalowych wkładek.

Po wykonaniu całkowania otrzymujemy zmienny w czasie rozkład sił wewnętrznych wywołanych stacjonarnym przepływem ciepła w ramie żelbetowej.

Przyjęto przy tym, że beton opisany może być równaniem liniowej lepkosprężystości, natomiast stal posiada właściwości sprężyste.



Rys. 3.13f Wykresy sił przekrojowych M , N , T dla ciała liniowo-lepkosprężystego.

ZADANIE 3.14.

W podanym układzie prętowym (jednokrotnie statycznie niewyznaczalnym) należy wyznaczyć rozkłady funkcji momentów zginających, sił poprzecznych i sił osiowych wywołanych działaniem stacjonarnego pola termicznego oraz osiadaniem podpory. Schemat zadania oraz pole temperatur i kierunek osiadania podpory przedstawiono na rys. 3.14a